3角格子上のハイゼンベルクモデルと共形場理論(京大基礎研短期研究計画「フラストレーションとカイラル秩序」,研究会報告)

野村, 清英

3角格子上のハイゼンベルクモデルと共形場理論

九州大学 理学部 物理学科　野村 清英 [1]

1 序

2次元3角格子上 XY モデルでは、U(1) 対称性による相転移 (Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) 転移) の他、カイラリティーによる Z_2 対称性の破れがある。これについては宮下・斯波 [1] 以降数多くの仕事があり、ユニバーサリティークラスなど問題点は残っているもの、比熱の発散から相転移があること自体は合意されている。

2次元3角格子上のハイゼンベルクモデルについては、1984 年に川村・宮下の仕事 [2] があった。その主張はオーダーパラメーター空間の対称性は2重連結な SO(3) であるが、低温相では Z_2 vortex の凝集により単連結な SU(2) となるのであるが、低温相でも高温相でも相関距離有限というものであった。また、相転移点での相関距離有限という主張もしていた。しかし何らかの (隠れた) 複合演算子の形の物理量の相関関数の相関長が発散する可能性は考えられる。

そこでこの問題について共形場理論の立場から可能なシナリオを考慮してみた。特に、SU(2),SO(3) 対称性を元として [3] 考察してみる。

2 共形場理論と対称性による考察

2.1 SU(2) 対称な枠内

特殊なパラメーターの調節を考えない場合、このケースに対応するのは SU(2) k=1 WZW モデルであろう。SU(2) 対称な場合、その中心は Z_2 であるが Z_2 対称性のある場合と無い場合では異なる。

2.1.1 $SU(2) \times Z_2$

この場合は、BKT 的転移が現れ、相関距離∞の臨界領域が広がった (温度) 領域に出る。BKT 転移では (マージナルな相転移のため) 比熱などの異常は現れないが、相関距離有限の領域では Z_2 対称性が破れる。

ところで温度無限大では対称性の破れがなく相関距離が 0 になるので、低温相から BKT 転移を起こし、次に Z_2 対称性の破れによる相転移が起きると考えられる。Z_2 対称性の破れの相転

---

[1] E-mail: knomura@stat.phys.kyushu-u.ac.jp

移として、2 次元イジングタイプのユニバーサリティクラスのものが候補であり、この時システムサイズ L とともに $\log L$ のように対数的に比熱のピークが発散する。ただし、全体としての SU(2) 対称性の枠内で Z_2 対称性を破るのは、単純な 2 次元イジングタイプというより、SU(2) k=2 WZW タイプのものでユニバーサリティークラスが異なるが、比熱の発散は $\log L$ のような対数的なものである。

2.1.2 $SU(2)$

この場合は、エネルギー相関に対応する物理量でスケーリング次元が $x = 1/2$ となるものが出る。相転移としては 2 次相転移であるが、オーダーパラメーターの破れはなく、低温相でも高温相でも相関距離は有限である。しかし、比熱の発散は出るはずで、比熱のピークはシステムサイズ L に対し $L^{2-2x} = L$ のように振舞う。

2.2 SO(3) 対称な枠内

特殊なパラメーターの調節を考えない場合、このケースに対応するのは SU(2) k=2 WZW モデルであろう。やはり Z_2 対称性のある場合とない場合では挙動が異なる。

2.2.1 $SO(3) \times Z_2$

この場合は、エネルギー相関に対応する物理量でスケーリング次元が $x = 1$ となるものが出る。相転移としては 2 次相転移であり、Z_2 のオーダーパラメーターの破れが低温相で現れる。比熱のピークはシステムサイズ L とともに、$L^{2-2x} = L^0$ のように振舞う。実際には $\log L$ のように対数的に比熱のピークが発散する。この点では 2 次元イジングモデルと似ているが、他の物理量の臨界指数は異なっており、ユニバーサリティークラスは別である。

2.2.2 SO(3)

この場合は、エネルギー相関に対応する物理量でスケーリング次元が $x = 3/8$ となるものが出る。相転移としては 2 次相転移であるが、オーダーパラメーターの破れはなく、低温相でも高温相でも相関距離は有限である。しかし比熱の発散は出るはずで、比熱のピークはシステムサイズ L とともに、$L^{2-2x} = L^{5/4}$ のように振舞う。

3 まとめ

SU(2) もしくは SO(3) 対称性の枠内では、何らかの物理量の相関距離が発散する場合、もっとも高温な相で対称性の破れがない条件まで考慮すると、比熱の発散に反映されるであろう。Z_2 対称性のある場合では対数発散、それ以外ではさらに発散がきつくなる。

相関距離が発散しない相転移としては 1 次相転移があるが、この場合には潜熱がでる。これは

有限系での比熱の発散としてみると、L^2 のように振舞うはずである。

2次元3角格子上のハイゼンベルクモデルでは、今のところ数値計算で比熱の発散が明確に報告されていない。対数発散を見逃している可能性はあるが、ここで考察したそれ以外のケースではもっと比熱の発散がきつい。

勿論、川村・宮下が提唱したように、有限温度で対称性の変化 ($SO(3) \leftrightarrow SU(2)$) はあるが、相関関数に一切アノマリーが現れない可能性は否定できないが、一般的には有限温度で対称性の変化がある場合は自由エネルギーに異常が反映されるものと期待される (BKT 転移の場合は U(1) 対称性の破れはなく、相関距離∞の領域がある)。それ以外のケースでは単なる (温度0での) クロスオーバーとどう区別するかという問題が残るであろう。

参考文献

[1] S. Miyashita and H. Shiba: J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 53 (1984) pp. 1145.

[2] H. Kawamura and S. Miyashita: J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 53 (1984) pp. 4138.

[3] I. Affleck, J. Gepner, H. J. Schulz, and T. A. L. Ziman: J. Phys. A, Vol. 22 (1989) pp.511.